Муниципальное общеобразовательное учреждение
многопрофильная гимназия № 12
города Твери

Кафедра физико-математического и информационно-технологического образования.

«Согласовано»	«Согласовано»	«Утверждаю»
Руководитель кафедры **/М.Н.Березина/**	**Заместитель директора гимназии** **_ _ /О.Н. Андреева/**	**Директор** **МОУ гимназии № 12** **/Т.В. Слесарева/**
Протокол № 6 от **«25» июня 2021 г.**	**«25» июня 2021 г.**	**Приказ № 200 от 5.08.2021**

Программа элективного курса по математике

«Отдельные вопросы теории многочленов» 10 класс (34 часа)

на 2021 – 2022 учебный год

Составитель: Быкова М.К.

Тверь
2021 год

Пояснительная записка

Данный курс рассчитан для учащихся 10 класса на 34 часа в год, и предлагает изучение таких вопросов, которые не входят в школьный курс математики, но закладывают основы для дальнейшего (вузовского) его изучения. Включенный в программу материал может применяться для разных групп школьников за счет обобщенности знаниевого компонента и его преемственности с базовым уровнем, практической направленности.

Базовый уровень знакомит с многочленами, с действиями над многочленами (сложением, вычитанием и умножением), разложением многочлена на множители, с формулами сокращенного умножения. Решаются квадратные уравнения; учащиеся знакомятся с формулами Виета, выражающими зависимость между корнями квадратного уравнения и его коэффициентами. Рассматривается метод решения рациональных уравнений четвертой степени путем введения вспомогательной переменной.

Цель занятий данного профильного курса - расширить знания школьников о многочленах, рассмотреть новое действие для многочленов, а именно: деление многочленов нацело и с остатком. Сформировать представление о методах и способах решения нестандартных задач и алгебраических уравнений на уровне, превышающем уровень государственных образовательных стандартов. Знакомство с теорией многочленов позволит учащимся решать определенные олимпиадные и конкурсные задачи.

Предложенный материал обеспечивает преемственность между числами и многочленами, является доступным, интересным, воспитывает математическую культуру учащихся и вполне уместен для развития устойчивого интереса к математике, мыслительных и творческих способностей. Теория многочленов богата идеями, содержит много практически применяемых приёмов. Ее методы интересны, не трудоемки для изложения и приводят к глубоким результатам, имеющим многочисленные приложения. Важность теории многочленов состоит еще в том, что с помощью многочленов можно получить хорошие приближения различных функций, что позволяет применять теорию многочленов во многих вычислительных методах и в компьютерной математике. Изучение теории многочленов поможет ученику с единых позиций взглянуть на многие задачи математики, успешно решать сложные уравнения и неравенства (в том числе и в заданиях ЕГЭ), почувствовать связь между чистой и прикладной математикой. В предлагаемом курсе каждое положение теории многочленов сопровождается большим количеством примеров и исследовательских задач.

Соответствующий подбор материала преследует следующие цели: с одной стороны - это создание базы для развития способностей учащихся, расширения кругозора, с другой - восполнение некоторых содержательных пробелов основного курса, подготовка к сдаче ЕГЭ, а также включение учащегося в поисковую деятельность, как фактор личностного развития; развитие коммуникативных навыков в процессе практической деятельности.

Для достижения поставленных целей в процессе обучения решаются следующие **задачи:**

1. Приобщение учащихся к работе с математической и справочной литературой.
2. Выделение логических приёмов мышления, их осмысление и овладение ими.
3. Обеспечение диалогичности процесса обучения математике.
4. Формирование потребности к целенаправленному самообразованию.

Вид курса: расширяющий и углубляющий базовый курс.

Профильное обучение в старших классах стало требованием времени, но переход к нему достаточно труден. Элективные курсы, проводимые в 8-9 классах, способствуют интенсификации образовательного процесса и призваны помочь профессиональному ориентированию и самоопределению школьников. Эти курсы предоставляют возможность оценить свой потенциал с точки зрения перспективы дальнейшего обучения в классах технологического или естественнонаучного профиля.

Для отбора учащихся на соответствующий профильный курс следует использовать результаты итоговой аттестации за 9 класс, итоги успеваемости на предпрофильных курсах или входной тест (стартовую диагностику) к началу изучаемого курса.

С целью определения динамики интереса предлагается:

- Собеседования в процессе работы.
- Анкетирование на последнем занятии по теме.

С целью определения динамики умений предлагается:

- Отслеживание умений по каждой теме.
- Построение диаграммы умений по темам и общей диаграммы успешности учебной деятельности.

По окончанию изучения курса учащиеся должны уметь:

- Выполнять действия над многочленами.
- Применять теорию многочленов к нахождению корней уравнений высших степеней. Уметь применять теорему Безу.
- Использовать обобщенную теорему Виета для решения уравнений с параметрами.
- Решать уравнения методом неопределенных коэффициентов.
- Использовать замену переменных в определенных типах уравнений.
- Применять алгоритмы решения симметричных и возвратных уравнений.

Изучение курса предполагается построить в виде лекций, семинаров, уроков-сообщений, консультаций. На всех типах занятий следует вести активный диалог с учащимися.

Итоговое занятие предусматривает защиту и презентацию собственного проекта или реферата (доклада).

Календарно-тематическое планирование

№ урока п/п	**Тема**	**Количество часов**	**Тип занятия**
1-2	**1**. Понятие многочлена. Действия над многочленами.	3	Беседа. Практикум.
3-6	**2.** Дополнительные формулы сокращенного умножения.	3	Лекция. Практикум.
7-9	**3**. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу.	3	Лекция. Практикум.
10-11	***Зачетная работа № 1.***	2	Контроль.
12-14	**4**. Обобщенная теорема Виета.	3	Сообщения учащихся. Практикум.
15-17	**5**. Симметрические многочлены.	3	Сообщения учащихся. Практикум.
18-20	**6**. Возвратные уравнения.	3	Сообщения учащихся. Практикум.
21-22	***Зачетная работа № 2.***	2	Контроль.
23-26	**7**. Замена переменных в определенных типах уравнений.	4	Практикум.
27-30	**8**. Уравнения с параметрами.	4	Практикум.
31-32	***Зачетная работа № 3.***	2	Контроль.
33-34	Итоговое анкетирование. Заслушивание докладов и рефератов учащихся.	2	Семинар.

Содержание программы

1. **Понятие многочлена. Действия над многочленами.**

Стандартный вид многочлена. Свойства степеней и коэффициентов многочлена. Равенство многочленов. Действия над многочленами. Разложение многочленов на множители методом группировки и с помощью вынесения общего множителя за скобки.

2. **Дополнительные формулы сокращенного умножения.**

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 - ab + b^2)$,
$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + a^{n-k}b^{k-1} + \ldots + a\,b^{n-2} + b^{n-1})$,
$a^{2m+1} + b^{2m+1} = (a + b)(a^{2m} - a^{2m-1}b + \ldots + (-1)^k a^{2m-k}b^k + \ldots + b^{2m})$,
$(a + b + c)^2 = a^2 + c^2 + b^2 + 2ab + 2ac + 2bc$,
$(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots + 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + \ldots + 2a_{n-1}a_n$.

3. **Деление многочленов с остатком. Теорема Безу.**

Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Корни многочлена. Схема Горнера.

4. **Обобщенная теорема Виета.**

Обобщение теоремы Виета для многочленов степени $n > 2$.

5. **Симметрические многочлены.**

Симметрические многочлены и их применение. Метод неопределенных коэффициентов. Решение симметрических уравнений.

6. **Возвратные уравнения.**

Решение возвратных уравнений четной и нечетной степени.

7. **Замена переменных в определенных типах уравнений.**

а) $(x+\alpha)^4 + (x+\beta)^4 = c$. Замена: $t = \dfrac{(x+\alpha)+(x+\beta)}{2}$.

б) $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta) = A,\ где\ \alpha < \beta < \gamma < \delta,\quad \beta - \alpha = \delta - \gamma.$

Замена: $t = \dfrac{4x - \alpha - \beta - \gamma - \delta}{4}$ сводит уравнение к биквадратному.

в) $(ax^2 + b_1x + c)(ax^2 + b_2x + c) = Ax^2,\quad c \neq 0,\ A \neq 0.$ Деление на $x^2 \neq 0$ и замена $t = ax + \dfrac{c}{x}$ сводит уравнение к квадратному.

8. **Уравнения с параметрами.**

Входной тест

А1. Представьте в виде многочлена: $(2x^2 + 3x - 2)(4x + 2)$.

1) $8x^3 + 16x^2 + 2x - 4$; 2) $8x^3 + 16x^2 - 2x - 4$;
3) $8x^3 + 16x^2 - 14x + 4$; 4) $8x^3 + 8x^2 - 2x - 4$

А2. Разложите на множители: $abx^2 + bxy - axy - y^2$.

1) $(ax + y)(bx - y)$; 2) $(ax - y)(bx + y)$; 3) $(ax + y)(bx + y)$; 4) $(ax - y)(bx - y)$

А3. Решите уравнение: $2x^2 - 9x + 10 = 0$.

1) –2 и 2,5; 2) –2 и –2,5; 3) 2 и 2,5; 4) 2 и –2,5

А4. Не решая уравнения, найдите сумму и произведение его корней: $x^2 - 9x + 20 = 0$.

1) –9 и 20; 2) –9 и –20; 3) 9 и 20; 4) 9 и –20

А5. Разложите на множители квадратный трехчлен: $3x^2 - 2x - 8$.

1) $(x + 2)(3x + 4)$; 2) $(x - 2)(3x - 4)$; 3) $(x + 2)(3x - 4)$; 4) $(x - 2)(3x + 4)$

В1. Решите уравнение: $2x^3 + 3x^2 + 2x + 3 = 0$.

В2. Один из корней уравнения $x^2 - ax - 12 = 0$ равен 2. Найдите коэффициент $\boldsymbol{a}$.

В3. Найдите сумму натуральных значений ***n*,** при которых выражение $\dfrac{2n+12}{2n}$ принимает целые значения.

С1. Сравните меньший корень уравнения $x^2 - 3(\sqrt{14}+\sqrt{5})x + 2(\sqrt{14}+\sqrt{5})^2 = 0$ с числом $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} - \dfrac{\sqrt{15-6\sqrt{6}}}{2\sqrt{6}-5}$.

С2. Решите уравнение: $abx^2 + (a^2 - b^2)x + (a - b)^2 = 0$.

Ответы

А1	А2	А3	А4	А5	В1	В2	В3	С1	С2
2	1	3	3	4	- 1,5	- 4	12	Меньший корень $\sqrt{14}+\sqrt{5} < 6$	$\dfrac{b-a}{a}$; $\dfrac{b-a}{b}$

Зачетная работа № 1

А1. Укажите номера неверных утверждений:

1) $(4719^3 - 2734^3) \vdots 1985$;
2) $(731^5 - 611^5) \vdots 120$;
3) число $2^{55} + 1$ составное, т. к. делится на 33;
4) $313 \cdot 299 - 313^2$ составное, т. к. делится на 7.

А2. Дан многочлен $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 10x - 16$. Найдите: P(-1), P(1), P(0), P(2).

А3. Найдите частное (ответ проверьте умножением):

1) $(x^2 + 3x - 4) : (x + 4)$;
2) $(4x^3 - 5x^2 + 6x + 9) : (4x + 3)$.

А4. Найдите числа a и b из тождественного равенства:
$x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15 = (x + 1)(x^3 + ax^2 - 17x + b)$.

А5. Укажите наименьший общий знаменатель данных алгебраических дробей:
$\dfrac{1}{1-4x+3x^2}$; $\dfrac{1}{x^2-5x^3+4x^4}$; $\dfrac{1}{12x^2-7x+1}$

А6. Сократите дробь: $\dfrac{x^4-2x^3+2x^2-1}{x^4-2x^3+2x^2-2x+1}$.

В1. Не проводя деления многочленов, найдите остаток от деления многочлена $P(x) = x^{50} + x^{25} + 4$ на многочлен $Q(x) = x^2 - 1$.

В2. При каких натуральных значениях $\boldsymbol{n}$ выражение $\dfrac{2n^2-11n+13}{n-3}$ является целым числом?

В3. Разложите многочлен $P(x) = x^4 - 5x^3 - 3x^2 + 9$ по степеням разности $x - 3$.

В4. Найдите целые корни уравнения $(6 - x)(x - 2)(x + 3)(x + 9) = 24x^2$.

С1. Остаток от деления многочлена $P(x)$ на $x - 2$ равен 6, а остаток от деления его на $x + 3$ равен 1. Найдите остаток от деления этого многочлена на $(x - 2)(x + 3)$.

С2. Разложите на множители многочлен $x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 9x + 30$, если известно, что числа 2 и -5 – корни этого многочлена.

С3. Выясните, делится ли нацело многочлен $P(x) = x^{100} + 3x^{79} + x^{48} - x^{27}$ на $x+1$.

Зачетная работа № 2

Вариант 1

А1. Известно, что уравнение $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2 = 0$ имеет пять действительных корней. Не находя этих корней найдите сумму их квадратов.

1) – 6,5; 2) 6,5; 3) - 6,25; 4) 6,25

А2. Известно, что уравнение $x^4 - 7x^3 + 13x^2 + 3x - 18 = 0$ имеет четыре действительных корня. Не находя этих корней найдите сумму их кубов.

1) - 63; 2) 63; 3) 61; 4) - 61

В1. Решите уравнение методом неопределенных коэффициентов:
$x^4 + 12x^3 + 32x^2 - 8x - 4 = 0$.

В2. Решите возвратное уравнение: $2x^4 - 5x^3 - x^2 + 5x + 2 = 0$.

В3. Решите симметрическое уравнение: $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$.
С1. Решите уравнение: $x^7 + 2x^6 - 5x^5 - 13x^4 - 13x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$.
Ответы

А1	А2	В1	В2	В3	С1
4	3	$-4 \pm \sqrt{14}$, $-2 \pm \sqrt{6}$	2, -0,5, $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$	1 (четная кратность) $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$	-1; $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$; $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

Зачетная работа № 3
Вариант 1

А1. Решите уравнение: $(x^2 + x + 2)(x^2 + x + 3) = 6$.
1) 0 и 1; 2) 0 и – 1; 3) 2 и - 3; 4) – 3 и 2
А2. Решите уравнение: $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$.
1) 1 и 0,5; 2) ± 1 и 0,5; 3) 1 и $\frac{1}{4}$; 4) ±1 и ± 0,5
А3. Решите уравнение: $(x + 1)^4 + (x + 5)^4 = 82$.
1) –2 и 0; 2) 2 и 0; 3) - 2; 4) 2 и –3
А4. Решите уравнение: $(x + 1)(x + 2)(x + 4)(x + 5) = 10$.
1) –6 и 6; 2) –3 и 3; 3) $-3 + \sqrt{6}$; 4) $-3 \pm \sqrt{6}$
В1. Определите, при каких значениях ***a*** уравнение
$(a^2 + 4a - 21)x^2 - (a^2 - 3a)x - 3 + 4a - a^2 = 0$ имеет более двух корней?
В2. При каком наименьшем значении ***a*** уравнение $x^3 + 3x^2 - 45x + a = 0$ имеет ровно один корень?
В3. Решите уравнение: $3(x^2 + 2x - 1)^2 - 2(x^2 + 3x - 1) = -5x^2$.
С1. Укажите значение параметра ***a***, при котором уравнение $x^4 + (1 - 2a)x^2 + a^2 - 4 = 0$ имеет три различных корня.
Ответы

А1	А2	А3	А4	В1	В2	В3	С1
2	4	1	4	3	82	$\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$	2

Темы докладов и рефератов для учащихся

1. Возвратные уравнения. Решение возвратных уравнений четной и нечетной степени.
2. Вывод формулы Кардано.
3. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
4. История открытия формулы Кардано.
5. Метод Феррари для решений уравнений четвертой степени.
6. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида.
7. Неприводимый случай формулы Кардано.
8. Основная теорема алгебры многочленов.
9. Симметрические многочлены. Метод неопределенных коэффициентов. Решение симметрических уравнений.
10. Теорема Безу. Корни многочлена.
11. Теоремы о границах корней многочленов.

12. Теоремы о числе действительных корней многочлена (Штурма, Бюдана-Фурье, Декарта).
13. Франсуа Виет, его жизнь и творчество (развитие теории уравнений).

Литература

1. Виленкин, Н. Я. Алгебра и математический анализ для 10 класса: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики /Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд. – Москва: Просвещение, 1996. – 335 с.
2. Виленкин, Н. Я. Алгебра и математический анализ для 11 класса: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики /Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд. – Москва: Просвещение, 1996. – 288 с.
3. Галицкий, М. Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / М. Л. Галицкий, А. М. Гольдман, Л. И. Звавич. - Москва: Просвещение, 1997. – 271 с.
4. Болдырева, М. Х. Факультативный курс по математике, 8 класс. Материалы для учащихся и учителей математики / М. Х. Болдырева, Ю. П. Карпухин, Г. А. Клековкин, Л. М. Рудман. - Самара: СИПКРО, 1997. – 142 с.
5. Лысенко, Ф. Ф. Математика ЕГЭ – 2007. Вступительные экзамены. Пособие для самостоятельной подготовки / Ф. Ф. Лысенко, В. Ю. Калашников, А. Б. Неймарк, О. Е. Кудрявцев, Д. А. Мальцев. - Ростов – на – Дону: Легион, 2006. – 416 с.
6. Максютин, А. А. Математика – 10. Учебное пособие для 10-х математических классов, лицеев и гимназий / А. А. Максютин. - Самара, 2002. – 588 с.
7. Максютин, А. А. Дидактические материалы для подготовки к Единому государственному экзамену по математике: В помощь выпускнику и абитуриенту / А. А. Максютин. – Самара: Корпорация «Федоров», Изд. «Учебная литература», 2002. – 64 с.
8. Шарыгин, И. Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учебное пособие для 10 класса средней школы /И. Ф. Шарыгин. - Москва: Просвещение, 1989. – 252 с.
9. Шарыгин И. Ф. Математика для школьников старших классов /И. Ф. Шарыгин. - Москва: Дрофа, 1995. – 491 с.

Матричное представление многоуровневой системы задач.

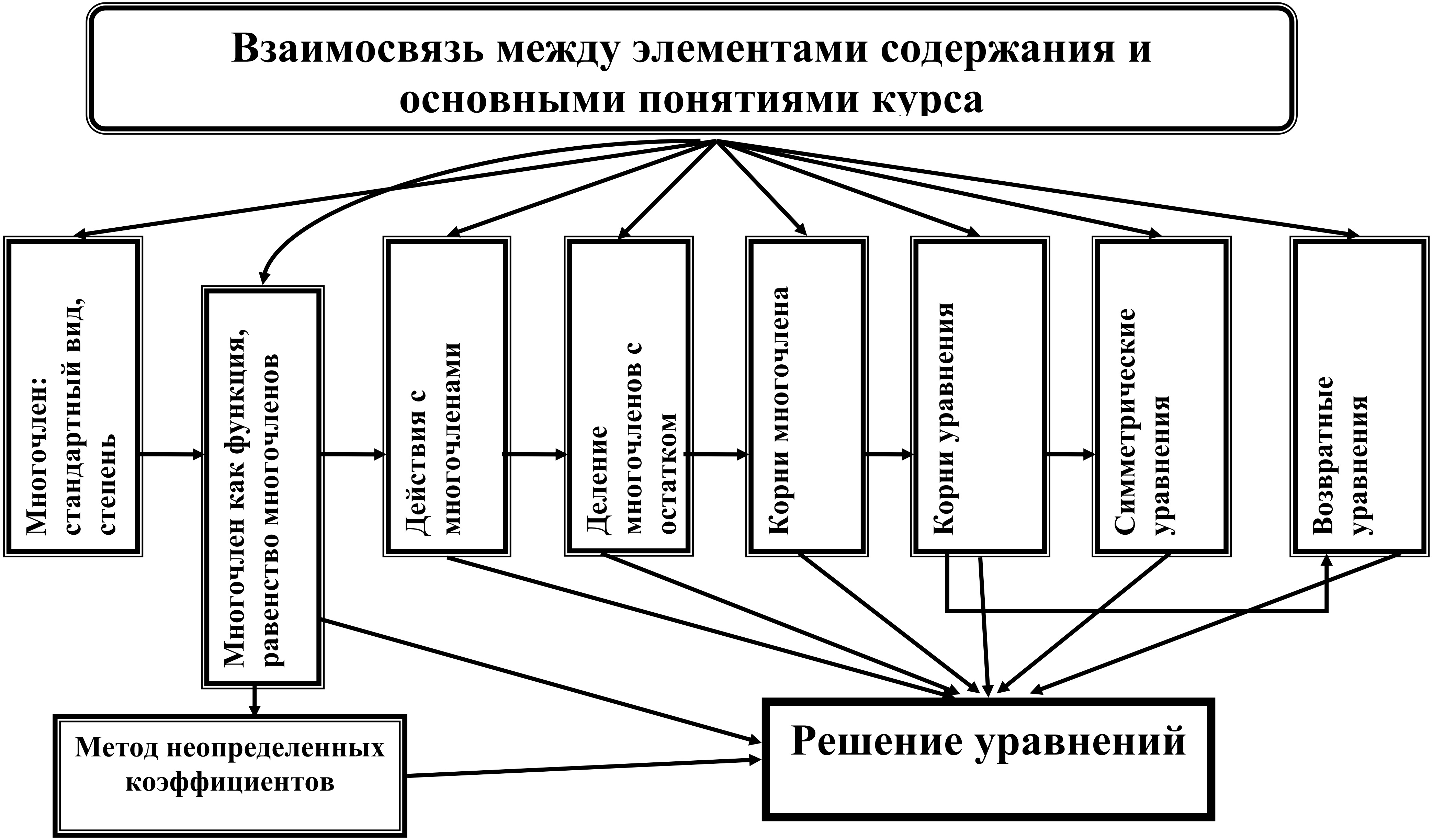
Уровень		Вынесение общего множителя	Формулы сокращенного умножения	Выделение полного квадрата
Общеобразовательный уровень	ЗЗ	Разложите на множители: *а)* $a^3 - ab - a^2b + a^2$; *б)* $ab^2 - b^2y - ax + xy + b^2 - x$.	Решите уравнение выделением полного квадрата: *а)* $2x^2 - 9x + 10 = 0$; *б)* $x^2 + 4x + 3 = 0$.	Решите уравнение выделением полного квадрата: *а)* $2x^2 - 9x + 10 = 0$; *б)* $x^2 + 4x + 3 = 0$.
	МЗ	Сократите дробь: *а)* $\frac{2a^2 - 2b^2 - a + b}{1 - 2a - 2b}$; *б)* $\frac{2x^2 + 5xy - 3y^2}{2x^2 - xy}$	1. Решите уравнение: $(x + 1)^2 - 6(x + 1) + 9 = 0$. 2. Вычислите: *а)* $3{,}7^3 + 3 \cdot 3{,}7^2 \cdot 1{,}3 + 3 \cdot 3{,}7 \cdot 1{,}3^2 + 1{,}3^3$; *б)* $15{,}8^3 - 3 \cdot 15{,}8^2 \cdot 11{,}8 + 3 \cdot 15{,}8 \cdot 11{,}8^2 - 11{,}8^3$.	Разложите на множители: $P_4(x) = x^4 - 6x^2 - 10$.
	НЗ	Решите уравнение: $6 - 7x + x^2 = 4(x - 1)\sqrt{x}$.	Выполните действия: а) $\frac{a^6 - b^6}{a^6 + b^6} : \frac{a^4 + a^2b^2 + b^4}{(a^2 + b^2)^2}$; б) $\frac{216a^{12} + 343b^9}{0.027x^6 - 0.512y^{21}} : \frac{6a^4 + 7b^3}{0.09x^4 + 0.24x^2y^7 + 0.64y^{14}}$	Решите уравнение: $x^4 + x^2 + 1 + 2x^3 + 2x^2 + 2x = 1$. 2. Докажите, что $(x + a)(x + 2a)(x + 3a)(x + 4a) + a^4$ есть полный квадрат.
Углубленный уровень	ЗЗ	1. Решите уравнение: $(a - x)^3 + (b - x)^3 - (a + b - 2x)^3 = 0$. 2. Сократите дробь: $\frac{a^{n+1} - a^{n-1}}{a^n + a^{n-1} + a^{n-2}}$.	1. Разложите на множители: а) $x(x^3 - a^3) + ax(x^2 - a^2) + a^3(x - a)$; б) $a^4 + 4b^4$; в) $x^4 + 6x^2 - 10$.	Докажите, что многочлен $P_4(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + 2x + b$ является квадратом другого многочлена и найдите ***a*** и ***b***.
	МЗ	1) Решите уравнение: $(1 + x)^2 - 6 \mid x + 1 \mid + 9 = 0$; 2) Докажите, что если n – нечетное число, то $1 + 2^n + 7^n$	1. Решите уравнение: а) $x^4 + x^2 + 1 + 2x^3 + 2x = 1$; б) $x^4 + 2x^3 + x^2 = 1$. 2. Какое наименьше значение	В зависимости от значения

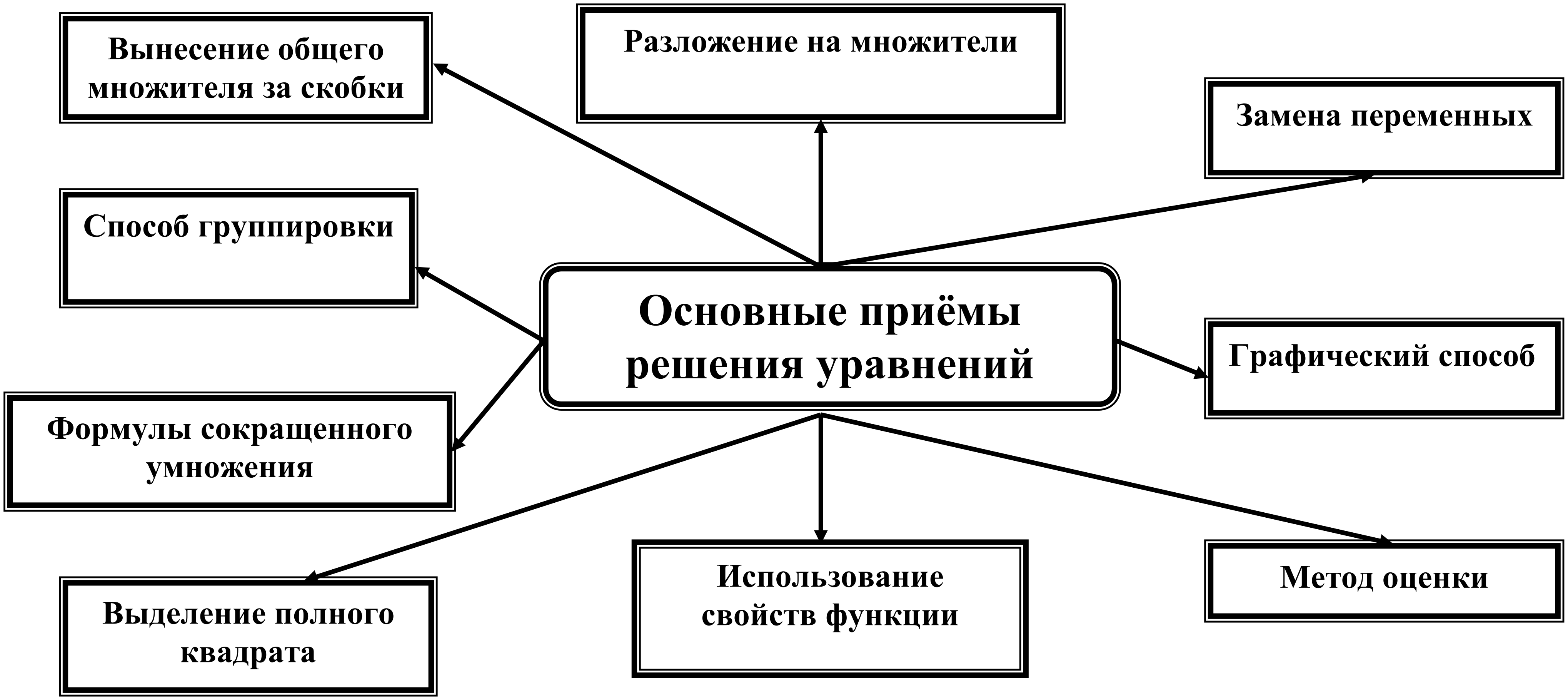
		$+ 8^n$ кратно 9.	может принимать выражение $3-\sqrt{4-\sqrt{3x^2+4\sqrt{3}x+4}}$? При каких значениях ***x*** оно достигается?	параметра ***a***, определите число корней уравнения $x^2 + 4x - 2\lvert x - a\rvert + 2 - a = 0$.
	НЗ	При каком целом положительном ***x*** значение выражения $\sqrt{\frac{x-3}{x+1}}\cdot\frac{1+(x-1)\sqrt{x^2-2x-3}-x^2}{x^2-(x+3)\sqrt{x^2-2x-3}-9}$ ближе всего к 0, 66?	Решите уравнение: $x^4 - 4x^3 - 1 = 0$	Докажите, что $a^4 + b^4 \geq \frac{1}{8}$, если $a + b \geq 1$.

Уровень		**Теорема Виета**	**Метод группировки**	**Теорема Э. Безу и ее следствия**
Общеобразовательный уровень	**ЗЗ**	Не решая уравнения, найдите сумму и произведение его корней: *а*) $4x^2 - 15x = 0$; *б*) $2x^2 - 25 = 0$; *в*) $x^2 - 9x + 20 = 0$.	Разложите на множители: *а*) $a^2 - a - ab^2 + b - 2ab + 2$; *б*) $abx^2 + bxy - axy - y^2$.	Запишите в виде формулы правило нахождения делимого ***a*** по делителю ***b***, неполному частному ***q*** и остатку ***r***. По этой формуле найдите: *а)* делимое *a*, если неполное частное равно 15, делитель – 7 и остаток – 4; *б*) делитель *b*, если $a = 257$, $q = 28$, $r = 5$; *в*) неполное частное *q*, если $a = 597$, $b = 12$, $r = 9$.
	МЗ	Не решая уравнения, найдите сумму четвертых степеней его корней: $x^2 - 3x + 1 = 0$.	Разложите на множители: *а*) $x^4 + 4$; *б*) $x^4 + 16x^2 + 28$.	Определите, при каких натуральных значениях ***n*** данное выражение $\frac{2n+12}{2n}$ принимает целые значения.
	НЗ	Дано уравнение $x^2 + 5x - 4 = 0$ с корнями x_1 и x_2. Составьте квадратное уравнение с корнями: *а*) $y_1 = \frac{1}{x_1}$ и $y_2 = \frac{1}{x_2}$; *б*) $y_1 = x_1 \cdot x_2^2$ и $y_2 = x_2 \cdot x_1^2$.	1. Разложите на множители: *а*) $a^{k+1} - a + a^k - 1$; *б*) $a^{2n+1} - a^{n+1} + a^n - 1$. 2. Решите	При каких значениях *a* и *b* выполняется без остатка деление $x^4 + 3x^3 - 2x^2 + ax + b$ на

			уравнение: $2x^3 + 3x^2 + 2x + 3 = 0$	$x^2 - 3x + 2$?
Углубленный уровень	**ЗЗ**	1) Определите $\boldsymbol{k}$ так, чтобы один из корней уравнения $9x^2 - 18(k - 1)\,x - 8\mathrm{k} + 24 = 0$ был вдвое больше другого. 2) Сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (3p - 5)\,x + (3p^2 - 11p - 6) = 0$ равна 65. Найдите значения параметра $\boldsymbol{p}$ и его корни.	1. Решите уравнение в целых числах: $x^2 - 3xy + 2y^2 = 5$. 2. Сократите дробь: $\frac{x^5 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 3x - 3}{x^5 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3x + 3}$.	1. Дан многочлен $P_3(x) = x^3 + 3x^2 - 7x - 6$. Разделите его на $f(x)$ с остатком: *а*) $f(x) = x - 1$; *б*) $f(x) = x + 3$. 2. Найдите остаток от деления $f(x) = x^4 + 7x^3 + 2x^2 - 3x - 5$ на $x + 1$.
	МЗ	1) Дано уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, корни которого x_1 и x_2. Составьте уравнение, корни которого будут равны: а) $x_1 - a$ и $x_2 - a$; *б*) ax_1 и ax_2. 2) Решите уравнение: *а*) $x^4 + x^3 - 4x^2 - x + 3 = 0$; *б*) $x^4 + 4x^3 - 4x - 1 = 0$; *в*) $x^3 + 6x^2 - 3x - 10 = 0$.	1) Решите уравнение: $x^4 + 12x^3 + 32x^2 - 8x - 4 = 0$. 2) Разложите на множители: $x^5 + x + 1$.	При каких значениях a и b выполняется без остатка деление $x^4 + 3x^3 - 2x^2 + ax + b$ на $x^2 - 3x + 2$?
	НЗ	1) Решите уравнение, используя теорему Виета и теорему Безу, если известно, что произведение двух его корней равно единице: $2x^3 - (2\sqrt{3} + 10)x^2 + (2 + 5\sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0.$ 2) Решите уравнение: $2x^4 - (4\sqrt{3} - 3)x^3 - (4 + 6\sqrt{3})x^2 + (4\sqrt{3} - 3)x + 2 = 0.$		1) Докажите, что $\forall x, y \in R$ выполняется $x^2 + 10y^2 - 6xy + 10x - 26y + 30 > 0$. 2) 2003 является дискриминантом квадратного уравнения с целыми коэффициентами. Верно или нет.
Уровень		**Замена переменных**	**Симметрические многочлены**	
Общеобразовательный уровень	**ЗЗ**	Решите уравнение: *а*) $(2x^2 + 3)^2 - 12(2x^2 + 3) + 11 = 0$; *б*) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$.	Найдите значение функции $f(x,y)$ в точке $A(x;y)$: *а*) $f(x,y) = x + y$; $A(3;3)$; *б*) $f(x,y) = x^2 + y^2$; $A(-2;4)$.	
	МЗ	Решите уравнение: *а*) $(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 2) = 40$; *б*) $(2x^2 + x - 1)(2x^2 + x - 4) + 2 = 0$.	Разложите на множители: $P(x,y) = 2x^4 - 3x^3y + 5x^2y^2 -$	

			$3xy^3 + 2y^4$.	
	НЗ	Решите уравнение: *а*) $(x + 1)^4 + (x + 5)^4 = 82$; *б*) $(x + 1)(x + 2)(x + 4)(x + 5) = 10$.	1. Решите уравнение: $3x^3 + 4x^2 + 4x + 3 = 0$. 2. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ x^2y + xy^2 = -2. \end{cases}$	
Углубленный уровень	**ЗЗ**	Решите уравнение: $6(x^2 - 4)^2 + 5(x^2 - 4)(x^2 - 7x + 12) + (x^2 - 7x + 12)^2 = 0$.	Решите систему уравнений: $\begin{cases} x + y + z = 0, \\ x^3 + y^3 + z^3 = -18, \\ x^4 + y^4 + z^4 = 98. \end{cases}$	
	МЗ	Решите уравнение: *а*) $(x^2 + x + 2)(x^2 + 2x + 2) = 2x^2$; *б*) $(x - 1)(x - 2)(x - 4)(x - 8) = 7x^2$.	1) Решите уравнение: *а)* $x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1 = 0$; *б)* $x^7 + 2x^6 - 5x^5 - 13x^4 - 13x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$.	
	НЗ	Решите уравнение: $3(x^2 + 2x - 1) - 2(x^2 + 3x - 1) + 2x^2 = 0$.		


Взаимосвязь между элементами содержания и основными понятиями курса
Многочлен: стандартный вид, степень
Многочлен как функция, равенство многочленов
Действия с многочленами
Деление многочленов с остатком
Корни многочлена
Корни уравнения
Симметрические уравнения
Возвратные уравнения
Метод неопределенных коэффициентов
Решение уравнений


Основные приёмы решения уравнений
Вынесение общего множителя за скобки
Разложение на множители
Замена переменных
Способ группировки
Графический способ
Формулы сокращенного умножения
Выделение полного квадрата
Использование свойств функции
Метод оценки